

Grzegorz PRZEKOTA*

ZASTOSOWANIE ANALIZY HARMONICZNEJ DO OKREŚLENIA SIŁY I DŁUGOŚCI CYKLI GIEŁDOWYCH

Zarys treści: W pracy podjęto problem identyfikacji cykli giełdowych. Na podstawie danych miesięcznych dotyczących kształtowania indeksów giełdowych ośmiu wybranych giełd w okresie styczeń 1998 – grudzień 2012 starano określić się występowanie cykli. Dla określenia ich długości oraz siły zastosowano filtr Hodricka-Prescotta oraz analizę harmoniczną. Przy użyciu filtru wyodrębniono trend, natomiast analiza harmoniczna posłużyła do identyfikacji cykli. Dane dla giełd światowych wskazują na występowanie cykli 5-7,5 letnich, natomiast dane dla lokalnych giełd Europy Środkowej wskazują na występowanie cykli 2,5-3 letnich.

Słowa kluczowe: cykle giełdowe, trend, filtr Hodricka-Prescotta, analiza harmoniczna.

Wprowadzenie

Przedmiotem zainteresowania wielu ekonomistów są zmiany, jakie dokonują się w zakresie aktywności gospodarczej na przestrzeni czasu. Zrozumienie przyczyn tych zmian ma istotne znaczenie dla zarządzania gospodarką. Zmiany te z reguły nie mają prostego, regularnego lub cyklicznego charakteru¹. Jednak mimo wszystko w pewnego rodzaju chaosie danych poszukuje się regularności. Jeżeli stopień zidentyfikowanej regularności dobrze wyjaśnia kształtowanie zmian badanego zjawiska, to można mówić o cyklach koniunkturalnych. Czasem nie są to opisywane w literaturze cykle Kitchina czy Juglara, a jedynie cykle sezonowe, które jednak w swojej naturze przypominają klasyczne cykle koniunkturalne².

Dla ekonomisty oraz inwestora giełdowego szczególnie ciekawe może być badanie występowania cykli giełdowych. Z jednej strony pozwala to na testowanie modeli teoretycznych, a z drugiej strony dostarczać pewnych

* Katedra Ekonomii, Wydział Nauk Ekonomicznych, Politechnika Koszalińska

¹ D. Romer, *Makroekonomia dla zaawansowanych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2000, s. 169-171.

² R. B. Barsky, J. A. Miron, *The Seasonal Cycle and Business Cycle*, *Journal of Political Economy*, 97 (7), 1989, s. 503-534.

wskazówek inwestycyjnych. Teoria ekonomii sugeruje, że powinien istnieć silny związek między działalnością gospodarczą a pewnymi minimalnymi cenami akcji, zważywszy chociażby na to, iż cena akcji jest zdyskontowaną wartością przedsiębiorstwa³. Zatem do występowania cykli giełdowych przyczynić mogą się cykliczne zmiany aktywności inwestycyjnej. Takie badania prowadzili między innymi Bernanke i Gertler⁴ oraz Kiyotaki i Moore⁵. Ale przyczyna występowania cykli giełdowych może tkwić także w okresowych zmianach popytu konsumpcyjnego⁶.

Zastosowane metody statystyczne

Problem, który poruszany jest w pracy dotyczy jedynie samej identyfikacji cykli oraz określenia ich siły i długości. W związku z tym, iż nie wysunięto żadnej hipotezy dotyczącej chociażby długości cykli, należało wybrać narzędzie, które umożliwi przetestowanie różnych scenariuszy. Dobrym rozwiązaniem w tym zakresie może być zastosowanie analizy harmoniczej⁷. W metodzie tej badane zjawisko y_t opisuje się za pomocą sumy tzw. harmonik, czyli funkcji sinusoidalnych i cosinusoidalnych o danym okresie:

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{n/2} \left[\alpha_i \sin\left(\frac{2\pi}{n} it\right) + \beta_i \cos\left(\frac{2\pi}{n} it\right) \right]$$

gdzie:

i – numer harmoniki,

$\alpha_0, \alpha_i, \beta_i$ – parametry strukturalne.

Pierwsza harmonika ($i=1$) ma okres równy długości całego szeregu, druga ($i=2$) połowie tego szeregu, trzecia ($i=3$) jednej trzeciej długości szeregu, itd. Ostatnia harmonika o numerze $i=n/2$ ma okres równy $2/n$.

³ G. Duca, *The relationship between the stock market and the economy: experience from interantional financial markets*, Bank of Valletta Review, 36 (3), 2007, s. 1-12.

⁴ B. Bernanke, M. Gertler, *Agency Costs, Net Worth and Business Fluctuations*, American Economic Review, 79 (1), 1989, s. 14-31.

⁵ N. Kiyotaki, J. Moore, *Credit Cycles*, Journal of Political Economy, 105, 1997, s. 211-248.

⁶ F. Modigliani, *Consumer Spending and Monetary Policy: the Linkages*, Federal Reserve Bank of Boston Conference Series, 1971, Paper No. 5.

⁷ M. Cieślak, *Prognozowanie gospodarcze, Metody i zastosowania*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2011, s. 88-89.

Oceny parametrów powyższego modelu wyznacza się za pomocą metody najmniejszych kwadratów. Wyznaczyć można je ze wzorów:

$$a_0 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n y_t;$$

$$a_i = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n y_t \sin\left(\frac{2\pi}{n} it\right), \text{ dla } i = 1, \dots, \frac{n}{2} - 1;$$

$$b_i = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n y_t \cos\left(\frac{2\pi}{n} it\right), \text{ dla } i = 1, \dots, \frac{n}{2} - 1.$$

Dla ostatniej harmoniki o numerze $n/2$:

$$a_{n/2} = 0;$$

$$b_{n/2} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n y_t \cos(\pi t).$$

Analiza harmoniczna dotyczy badania kształtowania się zjawiska wokół poziomu średniego reprezentowanego przez parametr a_0 . W szeregach danych giełdowych rzadko występuje trend boczny, który umożliwiłby zastosowanie wyjściowego modelu, dlatego też oscylacje należy badać wokół tendencji rozwojowej, a więc stosując model:

$$y_t = f(t) + \sum_{i=1}^{n/2} \left[\alpha_i \sin\left(\frac{2\pi}{n} it\right) + \beta_i \cos\left(\frac{2\pi}{n} it\right) \right]$$

gdzie:

$f(t)$ – funkcja trendu.

W pracy trend eliminowano przy pomocy filtru Hodricka-Prescotta. Z analizą harmoniczną związanych jest wiele ciekawych miar, w szczególności dla poszczególnych harmonik można wyznaczyć wielkości amplitud:

$$A_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2},$$

oraz ich przesunięcie fazowe:

$$t_i = \frac{\operatorname{arctg}\left(\frac{a_i}{b_i}\right)}{\frac{2\pi}{n}}$$

Przesunięcie fazowe umożliwia zlokalizowanie na osi czasu punktów, w których zjawisko przyjmuje wartości ekstremalne, a wielkość amplitudy pozwala na określenie wartości ekstremum w stosunku do poziomu przeciętnego.

Identyfikację długości cykli można przeprowadzić za pomocą oceny udziału poszczególnych harmonik w wyjaśnianiu wariancji zmiennej badanej zmiennej:

$$\omega_i = \frac{a_i^2 + b_i^2}{2s^2}, \text{ dla } i = 1, \dots, \frac{n}{2} - 1;$$

$$\omega_{n/2} = \frac{b_{n/2}^2}{s^2},$$

gdzie:

s^2 – ocena wariancji badanej zmiennej.

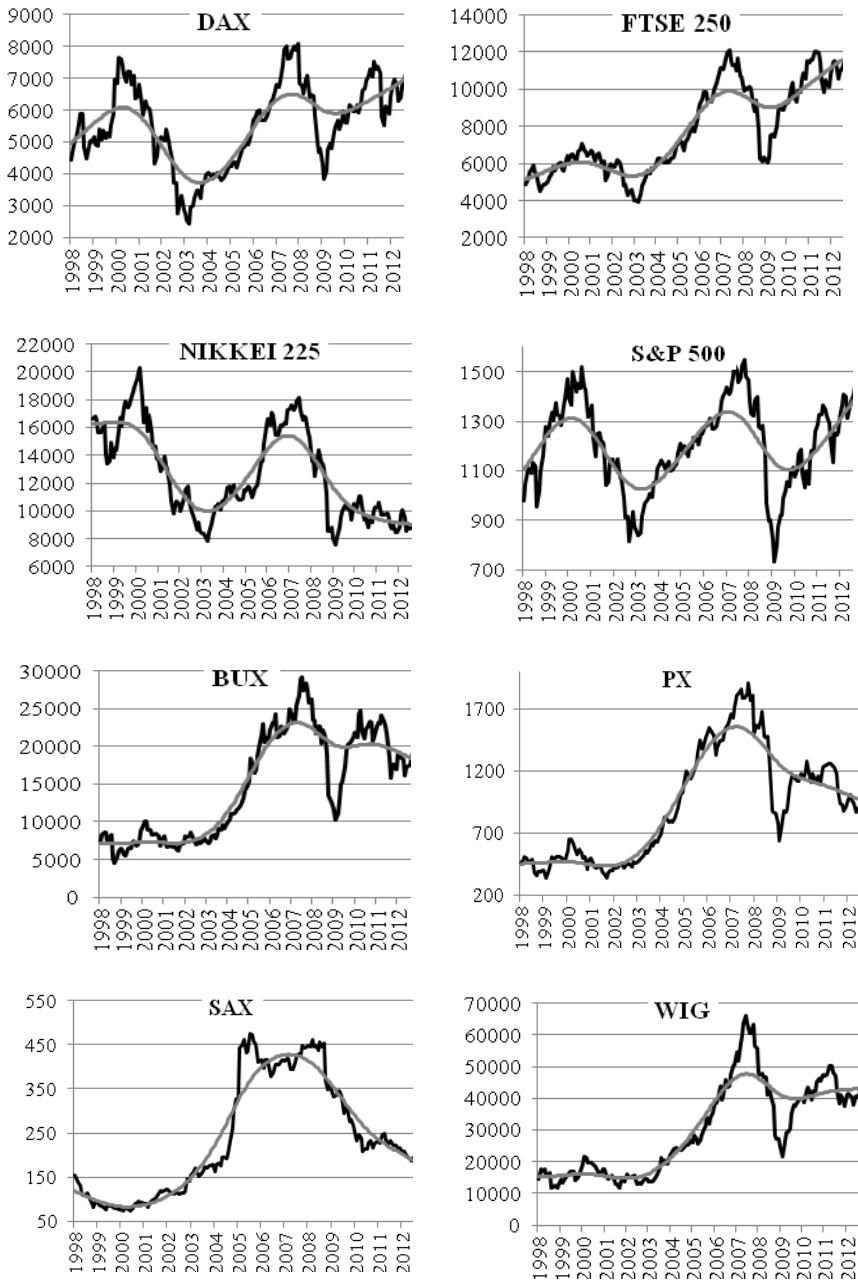
Dane podlegające analizie

Badania objęły osiem indeksów giełdowych. Cztery indeksy dotyczą wiodących giełd światowych:

1. DAX – indeks giełdy niemieckiej.
2. FTSE 250 – indeks giełdy angielskiej.
3. NIKKEI 225 – indeks giełdy japońskiej.
4. S&P 500 – indeks giełdy amerykańskiej, a kolejne cztery lokalnych giełd Europy Środkowej:
5. BUX – indeks giełdy węgierskiej.
6. PX – indeks giełdy czeskiej.
7. SAX – indeks giełdy słowackiej.
8. WIG – indeks giełdy polskiej.

Wykorzystano dane miesięczne z lat 1998-2012. Każdy z szeregów liczy po 180 obserwacji. Wykresy danych wraz z funkcją trendu zamieszczono na rysunku 1.

Szeregi czasowe indeksów giełd światowych są do siebie podobne, tj. okresy trendów wzrostowych i spadkowych przypadają w podobnym czasie. Naniesiony na wykresy trend także wykazuje podobieństwo, dotyczy to dolnych i górnych punktów zwrotnych.



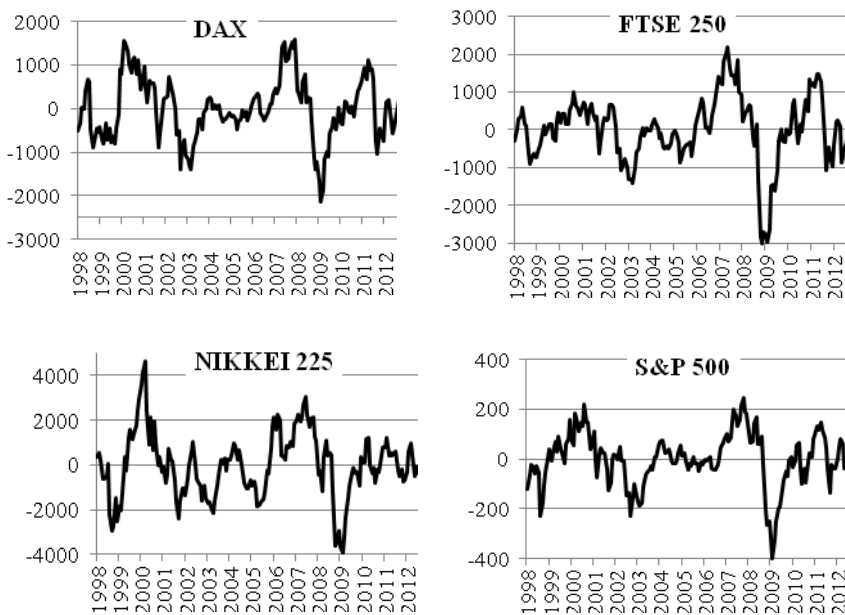
Rysunek 1. Wartości i trend indeksów giełdowych w latach 1998-2012

Źródło: wykonanie własne.

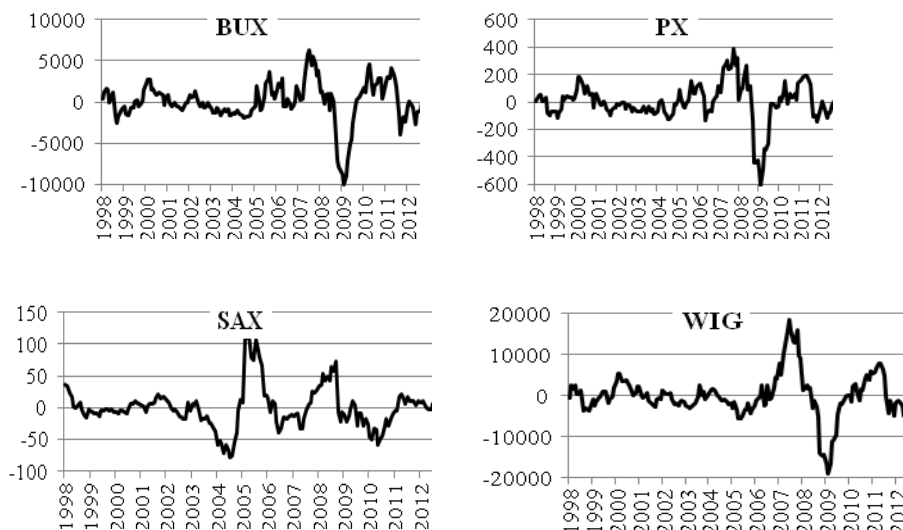
Mimo pewnych wyraźnych różnic w dynamice trendu, ich cechą wspólną są punkty zwrotne. Zauważyć można bowiem, iż trend osiąga maksima około roku 2000 i 2007, a minima w roku 2003 i na przełomie 2009/2010. Różna jest jednak siła zmian, gdyż w całym okresie indeks FTSE 250 jest w wyraźnym trendzie wzrostowym, NIKKEI 225 spadkowym, a DAX i S&P 500 bocznym.

Zachowanie indeksów giełd Europy Środkowej jest także podobne do siebie. Indeksy te od roku 2003 do roku 2007 dynamicznie zyskiwały na wartości, a w roku 2009 odnotowały dość znaczne spadki wartości, po których nastąpiło w przypadku indeksów BUX, PX i WIG wyraźne odbicie. W odróżnieniu od tej trójki, po roku 2009 indeks SAX cały czas systematycznie tracił na wartości. Indeksy giełd Europy Środkowej w swoim zachowaniu najbardziej zbliżone są do indeksu FTSE 250 giełdy angielskiej.

Na rysunku 2 przedstawiono odchylenia wartości indeksów giełdowych od linii trendu. Odchylenia te podlegać będą modelowaniu przy użyciu analizy harmonicznej.



Rysunek 2. Odchylenia wartości indeksów giełdowych od linii trendu



cd. Rysunek 2. Odchylenia wartości indeksów giełdowych od linii trendu

Źródło: wykonanie własne.

Analiza harmoniczna cykli giełdowych

Długość badanych szeregów czasowych $n=180$ umożliwia zastosowanie 90 harmonik. W praktyce nie ma konieczności wyznaczania wszystkich, raczej chodzi o poszukanie, takich które mają największy udział w wyjaśnianiu zmienności badanego zjawiska. W pracy przetestowano 10 harmonik o numerach zgodnych z zamieszczonymi w tabeli 1.

Tabela 1. Zastosowane harmoniki

Numer harmoniki	Okres	
	m-cy	lat
1	180	15
2	90	7,5
3	60	5
5	36	3
6	30	2,5
10	18	1,5
15	12	1
30	6	0,5
60	3	0,25
90	2	0,17

Źródło: wykonanie własne.

Dla indeksu giełdowego DAX największy udział w wyjaśnianiu wariacji odchyleń wartości indeksu od trendu ma harmonika 3, która odpowiada okresowi 5-letniemu oraz harmonia 5, która odpowiada okresowi 3-letniemu. Wyjaśniają one odpowiednio 15,2% i 12,6% wariacji. Ponad 8%-owy udział w wyjaśnianiu wariacji mają także harmoniki 2 i 6, które odpowiadają okresowi 7,5-letniemu i 2,5-letniemu.

Wartości amplitudy A_i pozwalają na określenie jak silnie od poziomu teoretycznego odchylają się cykle dla poszczególnych harmonik. Są to wartości bezwzględne odchyleń, zatem z uwagi na różny poziom wartości indeksów giełdowych, trudno jest bezpośrednio porównywać siłę odchyleń pomiędzy poszczególnymi indeksami. Rozwiązaniem może być odniesienie wartości amplitudy do poziomu średniego indeksu. Dla indeksu giełdowego DAX największa wartość amplitudy dotyczy harmoniki 3. Uzyskano dla niej odchylenie $\pm 388,1$ pkt od poziomu przeciętnego, co stanowi 7,0% przeciętnej wartości teoretycznej.

Większe możliwości w zakresie analizy cykli daje wartość przesunięcia fazowego, które to może być bezpośrednio porównywane pomiędzy indeksami. Wartość ta wyznacza punkt na osi czasu, w którym dochodzi do osiągnięcia ekstremum, a więc wyznacza dolny lub górny punkt zwrotny cyklu. Za pomocą przesunięcia fazowego można odczytać, który z indeksów wcześniej podlega zmianie. Dla trzeciej harmoniki indeksu DAX przesunięcie fazowe wynosi 11,8 co oznacza, że cykl przyjmuje pierwszą wartość ekstremalną pomiędzy listopadem a grudniem 1998 r. Dla trzeciej harmoniki jest to dolny punkt zwrotny. Piąta harmonika przyjmuje pierwsze ekstremum w czerwcu 1998 r. (przesunięcie fazowe 6,2) jest to górny punkt zwrotny.

Tabela 2. Parametry wybranych harmonik dla indeksu giełdowego DAX

Numer harmoniki i	Ocena parametru a_i	Ocena parametru b_i	Amplituda A_i	Przesunięcie fazowe t_i	Udział w wyjaśnianiu zmienności \square_i
1	-1,2787	17,1050	17,1528	-2,1377	0,0296%
2	299,0311	-17,4385	299,5392	-21,6656	9,0297%
3	-367,1690	-125,7541	388,1071	11,8490	15,1589%
5	311,9194	168,0839	354,3246	6,1681	12,6348%
6	14,1581	283,1289	283,4827	0,2386	8,0876%
10	-108,0615	69,0244	128,2250	-2,8716	1,6547%
15	107,2597	-70,3165	128,2539	-1,8917	1,6554%
30	-23,5174	94,0920	96,9865	-0,2339	0,9466%
60	29,3179	-13,4832	32,2698	-0,5442	0,1048%
90	0,0000	41,7726	41,7726	0,0000	0,3512%

Źródło: wykonanie własne.

Wyniki dla indeksu giełdowego FTSE 250 dają mocniejsze wyniki. Okazuje się, iż największy udział w wyjaśnianiu wariancji odchyłeń wartości indeksu od trendu, podobnie jak dla indeksu DAX, ma harmonika 3, która odpowiada okresowi 5-letniemu oraz harmonia 5, która odpowiada okresowi 3-letniemu, ale tutaj wyjaśniają one odpowiednio 23,0% i 19,8% wariancji. Udziały pozostałych harmonik są już wyraźnie mniejsze. Dla indeksu giełdowego FTSE 250 podobnie jak dla indeksu DAX największa wartość amplitudy dotyczy harmoniki 3. Uzyskano dla niej odchylenie $\pm 598,5$ pkt od poziomu przeciętnego, co stanowi 7,6% przeciętnej wartości teoretycznej. Wartość ta jest większa niż analogiczna dla indeksu DAX, co oznacza silniejsze wahania. Wartości przesunięć fazowych cykli dla trzeciej i piątej harmoniki indeksu FTSE 250 są większe niż dla indeksu DAX, odpowiednio 13,4 a 11,8 i 6,4 a 6,2, co oznacza, że cykle te w stosunku do cykli indeksu DAX są opóźnione.

Tabela 3. Parametry wybranych harmonik dla indeksu giełdowego FTSE 250

Numer harmoniki i	Ocena parametru a_i	Ocena parametru b_i	Amplituda A_i	Przesunięcie fazowe t_i	Udział w wyjaśnianiu zmienności ω_i
1	-6,8968	0,2622	6,9018	-43,9114	0,0031%
2	288,1052	105,9824	306,9802	17,4509	6,0405%
3	-590,1845	-99,3825	598,4937	13,4069	22,9599%
5	498,0628	246,6215	555,7776	6,3657	19,7994%
6	-66,6276	198,2747	209,1700	-1,5479	2,8045%
10	-138,7062	244,6373	281,2238	-1,4776	5,0694%
15	154,8631	-102,6179	185,7768	-1,8823	2,2122%
30	-14,6414	-3,3381	15,0171	1,2859	0,0145%
60	-6,3109	-10,3572	12,1284	0,2613	0,0094%
90	0,0000	53,8320	53,8320	0,0000	0,3715%

Źródło: wykonanie własne.

Dla indeksu giełdowego NIKKEI 225 podobnie jak dla indeksu DAX nie otrzymano wyraźnie odbiegających harmonik. Największy udział w wyjaśnianiu wariancji odchyłeń wartości indeksu od trendu mają harmoniki 2 i 3, które odpowiadają okresowi 7,5-letniemu i 5-letniemu. Wyjaśniają one odpowiednio 12,7% i 9,7% wariancji. Ponad 8%-owy udział w wyjaśnianiu wariancji ma także harmonika 6, która odpowiada okresowi 2,5-letniemu. Dla indeksu giełdowego NIKKEI wartości amplitud nie przekraczają 6% przeciętnego poziomu indeksu. Zatem cykle te są słabsze niż dwóch poprzednich indeksów. Natomiast są w stosunku do DAX i FTSE 250 wyprzedzające. Dla trzeciej, jednej z ważniejszych harmonik, uzyskano tutaj

przesunięcie fazowe na poziomie 9,7, a więc punkty zwrotne pojawiają się znacznie szybciej niż dla indeksu DAX (11,8) i FTSE 250 (13,4).

Tabela 4. Parametry wybranych harmonik dla indeksu giełdowego NIKKEI 225

Numer harmoniki i	Ocena parametru a_i	Ocena parametru b_i	Amplituda A_i	Przesunięcie fazowe t_i	Udział w wyjaśnianiu zmienności ω_i
1	-36,4955	1,0515	36,5106	-44,1748	0,0316%
2	697,6539	221,0080	731,8234	18,1056	12,6833%
3	-543,6166	-340,7888	641,6043	9,6528	9,7489%
5	-90,8900	398,1314	408,3743	-1,2860	3,9495%
6	-471,4425	342,6289	582,7972	-4,4993	8,0437%
10	181,6496	221,8405	286,7225	1,9656	1,9469%
15	231,7314	-155,8999	279,2924	-1,8690	1,8473%
30	47,1897	57,8897	74,6866	0,6531	0,1321%
60	15,1786	78,6005	80,0527	0,0911	0,1518%
90	0,0000	51,8640	51,8640	0,0000	0,1274%

Źródło: wykonanie własne.

Wyniki dla indeksu giełdowego S&P 500 analogiczne są do wyników indeksu NIKKEI 225. Największy udział w wyjaśnianiu wariancji odchyłek wartości indeksu od trendu mają harmoniki 2 i 3, które odpowiadają okresowi 7,5-letniemu i 5-letniemu. Wyjaśniają one odpowiednio 11,9% i 8,1% wariancji. Dodatkowo ponad 7%-owy udział w wyjaśnianiu wariancji ma także harmonika 5 i 10, które odpowiadają okresowi 3-letniemu i 1,5-rocznemu. Cykle indeksu S&P 500 są jeszcze słabsze niż dla indeksu giełdowego NIKKEI, gdyż wartości amplitud nie przekraczają 5% przeciętnego poziomu indeksu. Natomiast wartość przesunięcia fazowego dla trzeciej harmoniki – 10,1, wskazuje na podobieństwo do NIKKEI i wyraźne wyprzedzanie cykli DAX i FTSE 250.

Tabela 5. Parametry wybranych harmonik dla indeksu giełdowego S&P 500

Numer harmoniki i	Ocena parametru a_i	Ocena parametru b_i	Amplituda A_i	Przesunięcie fazowe t_i	Udział w wyjaśnianiu zmienności ω_i
1	1,6464	0,9012	1,8770	30,6520	0,0154%
2	49,4171	16,2874	52,0320	17,9396	11,8628%
3	-37,5181	-21,1008	43,0448	10,1076	8,1187%
5	41,6681	8,5602	42,5383	7,8391	7,9288%
6	-17,6208	28,5177	33,5224	-2,6426	4,9240%
10	-28,2325	29,3293	40,7097	-2,1954	7,2617%
15	12,6893	-4,8356	13,5794	-2,3046	0,8080%
30	-7,8746	9,0833	12,0215	-0,6821	0,6332%
60	4,2091	0,3817	4,2264	0,7068	0,0783%
90	0,0000	3,4184	3,4184	0,0000	0,1024%

Źródło: wykonanie własne.

Wyniki dla pierwszego z indeksów giełd Europy Środkowej są inne niż wyniki uzyskane dla giełd światowych. Okazuje się, iż największy udział w wyjaśnianiu wariacji odchyłeń wartości indeksu od trendu ma harmonika 6, która odpowiada okresowi 2,5-letniemu i wyjaśnia 23,5% zmienności wariacji. Stosunkowo duży udział – 17,3%, w wyjaśnianiu wariacji ma także harmonika 3 odpowiadająca okresowi 5-letniemu. Ponad 10%-owy udział ma także harmonika 5 odpowiadająca okresowi 3-letniemu.

Cykle dla indeksu BUX są już wyraźnie silniejsze niż dla giełd światowych, dla harmoniki 6 uzyskano wartość amplitudy $\pm 1685,9$ pkt, co stanowi 11,4% poziomu przeciętnego. Cykle te na podstawie przesunięcia fazowego dla trzeciej harmoniki uznać można za opóźnione w stosunku do S&P 500 i NIKKEI 225.

Tabela 6. Parametry wybranych harmonik dla indeksu giełdowego BUX

Numer harmoniki i	Ocena parametru a_i	Ocena parametru b_i	Amplituda A_i	Przesunięcia fazowe t_i	Udział w wyjaśnianiu zmienności ω_i
1	-97,6601	-27,6868	101,5088	37,0860	0,0851%
2	506,9727	378,7987	632,8584	13,3084	3,3096%
3	-1361,5886	-491,3248	1447,5232	11,6930	17,3149%
5	1147,3699	114,9937	1153,1181	8,4277	10,9879%
6	-208,7835	1671,8708	1684,8568	-0,5932	23,4582%
10	-81,6660	401,4394	409,6620	-0,5749	1,3868%
15	96,9491	-257,3852	275,0387	-0,6880	0,6251%
30	154,2792	-73,8113	171,0268	-1,0739	0,2417%
60	147,0802	-77,1274	166,0759	-0,5194	0,2279%
90	0,0000	24,3345	24,3345	0,0000	0,0098%

Źródło: wykonanie własne.

Wyniki dla indeksu PX są podobne jak dla indeksu BUX. Także w przypadku tego indeksu największy udział w wyjaśnianiu wariacji odchyłeń wartości indeksu od trendu ma harmonika 6, która odpowiada okresowi 2,5-letniemu i wyjaśnia 20,0% zmienności wariacji. Stosunkowo duży udział mają także harmoniki 3 i 5 odpowiadające okresowi 5-letniemu i 3-letniemu, odpowiednio 11,8% i 10,0%.

Cykle dla indeksu PX są słabsze niż dla BUX, dla harmoniki 6 uzyskano wartość amplitudy $\pm 89,7$ pkt, co stanowi 9,8% poziomu przeciętnego. Podobnie jak dla BUX można uznać je za opóźnione w stosunku do S&P 500 i NIKKEI 225.

Tabela 7. Parametry wybranych harmonik dla indeksu giełdowego PX

Numer harmoniki i	Ocena parametru a_i	Ocena parametru b_i	Amplituda A_i	Przesunięcia fazowe t_i	Udział w wyjaśnieniu zmienności ω_i
1	-6,9629	-3,8168	7,9404	30,6352	0,1570%
2	46,7861	26,6392	53,8385	15,0859	7,2165%
3	-68,0150	-10,1887	68,7739	13,5801	11,7757%
5	63,3112	-4,1930	63,4499	-8,6211	10,0231%
6	-6,0058	89,5028	89,7041	-0,3199	20,0339%
10	-5,4070	33,5599	33,9927	-0,4576	2,8768%
15	10,5337	-15,2661	18,5476	-1,1535	0,8565%
30	3,4368	-4,4798	5,6463	-0,6249	0,0794%
60	3,7306	-1,8462	4,1624	-0,5306	0,0431%
90	0,0000	3,9223	3,9223	0,0000	0,0766%

Źródło: wykonanie własne.

Wyniki dla indeksu SAX wskazują, iż największy udział w wyjaśnianiu wariacji odchyłań wartości indeksu od trendu ma harmonika 5, która odpowiada okresowi 3-letniemu i wyjaśnia 23,3% zmienności wariacji. Ale także harmonika 6, która odpowiada okresowi 2,5-letniemu ma stosunkowo duży udział w wyjaśnianiu wariacji – 14,0%.

Siła cykli indeksu SAX zbliżona jest do siły cykli indeksów BUX i PX. Wartości największych amplitud zbliżają się do 10% wartości przeciętej indeksu. Ponadto podobnie jak dla indeksów BUX i PX, można uznać je za opóźnione w stosunku do giełd światowych. Wartość przesunięcia fazowego dla przyjętej jako podstawa porównania trzeciej harmoniki jest tutaj ujemna, co oznacza przesunięcie w lewo i dotyczy górnego punktu zwrotnego. Uwzględnienie długości okresu trzeciej harmoniki wskazuje, iż pierwszy dolny punkt zwrotny przypada na około 17 miesiąc, co jest znacznie opóźnione w stosunku do pozostałych indeksów.

Tabela 8. Parametry wybranych harmonik dla indeksu giełdowego SAX

Numer harmoniki i	Ocena parametru a_i	Ocena parametru b_i	Amplituda A_i	Przesunięcia fazowe t_i	Udział w wyjaśnieniu zmienności ω_i
1	-2,4555	-2,2082	3,3024	24,0174	0,5120%
2	10,5256	5,4394	11,8480	15,6678	6,5905%
3	-7,9649	1,5723	8,1186	-13,1389	3,0945%
5	-3,2406	-22,0250	22,2621	0,8370	23,2678%
6	8,5599	14,9785	17,2519	2,4789	13,9733%
10	-5,7214	9,3452	10,9575	-1,5738	5,6370%
15	0,9949	0,6631	1,1957	1,8772	0,0671%
30	1,3473	-3,7924	4,0246	-0,3260	0,7605%

60	-0,3957	1,0954	1,1647	-0,1655	0,0637%
90	0,0000	-0,0931	0,0931	0,0000	0,0008%

Źródło: wykonanie własne.

W przypadku indeksu giełdowego WIG uzyskano wyniki podobne jak dla indeksu SAX. Także tutaj największy udział w wyjaśnianiu wariacji odchyłeń wartości indeksu od trendu ma harmonika 5, która odpowiada okresowi 3-letniemu i wyjaśnia 19,7% zmienności wariacji. Dodatkowo harmonika 3 odpowiadająca okresowi 5-letniemu wyjaśnia 13,4% wariacji, a harmonika 6 odpowiadająca okresowi 2,5-letniemu wyjaśnia 8,3% wariacji.

Siła cykli indeksu WIG upodabnia je do innych indeksów regionu. Wartość amplitudy dla 5 harmoniki stanowi 11% wartości przeciętej indeksu, a przesunięcie fazowe dla trzeciej harmoniki jest znacznie opóźnione w stosunku do giełd światowych.

Do porównania czasu występowania cykli wybrano harmonikę trzecią, która najlepiej opisuje cykle giełd światowych. Tymczasem dla indeksów giełd Europy Środkowej lepiej byłoby używać harmonik piątej czy szóstej. W przypadku harmoniki piątej także zauważyć można opóźnienie, które dla indeksów BUX i PX wynosi około 2 miesiące w stosunku do DAX, FTSE 250 i S&P 500. Dla indeksu WIG już takiego opóźnienia nie stwierdzono.

Tabela 9. Parametry wybranych harmonik dla indeksu giełdowego WIG

Numer harmoniki i	Ocena parametru a_i	Ocena parametru b_i	Amplituda A_i	Przesunięcia fazowe t_i	Udział w wyjaśnianiu zmienności ω_i
1	-163,4146	-57,6091	173,2719	35,2904	0,0535%
2	1471,1859	539,4064	1566,9547	17,4662	4,3785%
3	-2688,0753	536,9785	2741,1850	-13,1172	13,3995%
5	3035,5134	1356,4019	3324,7809	6,5923	19,7123%
6	-912,4055	1961,5222	2163,3430	-2,0788	8,3457%
10	-264,9741	676,1545	726,2205	-1,0700	0,9405%
15	198,7433	-498,2459	536,4213	-0,7249	0,5131%
30	-2,9974	74,2674	74,3278	-0,0385	0,0099%
60	245,4136	-48,7470	250,2081	-0,6564	0,1116%
90	0,0000	21,9960	21,9960	0,0000	0,0017%

Źródło: wykonanie własne.

Zakończenie

Wyniki badań pozwalają na wyciągnięcie kilku ważnych wniosków dotyczących problemu identyfikacji cykli giełdowych:

1. Generalnie wyznaczone cykle są bardzo słabe, gdyż wyjaśniają one niewielki procent zmienności wartości indeksów. Przyczyna może tkwić w ich regularności. Model teoretyczny zakłada regularność cykli, tymczasem w rzeczywistości takiej regularności się nie obserwuje.
2. Największy udział w wyjaśnianiu wariacji poziomu indeksów miały cykle co najmniej 2,5-letnie. Dla giełd światowych były to cykle 5-cio i 7,5-letnie, a dla krajów Europy Środkowej 2,5 i 3-letnie. Wpływ na wyniki ma zastosowana metoda wyodrębnienia trendu. Z rysunku 1 odczytać można, iż zastosowanie trendu liniowego spowoduje wzmocnienie cykli długich – 7,5-letnich.
3. Harmonika nr 15, która w badaniu odpowiada cyklowi rocznemu wyjaśnia znikomą część wariacji poziomu indeksów, co oznacza, że nie ujawniła się sezonowość miesięczna. A więc przeczy to opisywanym efektom stycznia, lipca czy grudnia.

Bibliografia

1. Barsky R. B., Miron J. A., *The Seasonal Cycle and Business Cycle*, Journal of Political Economy, 97 (7), 1989, s. 503-534.
2. Bernanke B., Gertler M., *Agency Costs, Net Worth and Business Fluctuations*, American Economic Review, 79 (1), 1989, s. 14-31.
3. Cieślak M., *Prognozowanie gospodarcze, Metody i zastosowania*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2011.
4. Duca G., *The relationship between the stock market and the economy: experience from interantional financial markets*, Bank of Valletta Review, 36 (3), 2007, s. 1-12.
5. Kiyotaki N., Moore J., *Credit Cycles*, Journal of Political Economy, 105, 1997, s. 211-248.
6. Modigliani F., *Consumer Spending and Monetary Policy: the Linkages*, Federal Reserve Bank of Boston Conference Series, 1971, Paper No. 5.
7. Romer D., *Makroekonomia dla zaawansowanych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2000.

APPLICATION OF THE HARMONIC ANALYSIS TO DETERMINE STRENGTH AND LENGTH OF CYCLES IN THE STOCK MARKET

This paper discusses the problem of identifying cycles in the stock market. On the basis of monthly data on the development of indices of eight selected exchanges in the period January 1998 – December 2012 sought to determine the existence of cycles. To determine the length and strength applied Hodrick-Prescott filter and harmonic analysis. Trend was isolated using a filter, and harmonic analysis was used to identify cycles. Data for the world stock exchanges indicate that a 5-7.5 year cycle, and the data for the local stock exchanges in Central Europe indicate the existence of cycles of 2.5-3 year.